VARIANTA NR. 1

SUBIECTUL I

1. Să se arate că $E=\sqrt{1+3+5+.....+21}$ este număr natural.

2. Se consideră funcţiile $f,g:\mathbf{R}\to\mathbf{R},\ f(x)=3x^2-3x+1,\ g(x)=x-1$. Să se determine soluţiile reale ale ecuaţiei $f(x)=-g(x)$.

3. Să se rezolve în **R**, ecuaţia $\log_2(x+2)-\log_2(x-5)=3$.

4. Să se determine $n\in\mathbf{N}, n\geq 2$, pentru care $\frac{n!}{12}=(n-2)!$.

5. În reperul cartezian *xOy* se consideră punctele *A*(-1,1), *B*(2,3) şi *C*(3,1). Să se determine coordonatele punctului *D* astfel încât patrulaterul *ABCD* să fie paralelogram.

6. Să se calculeze lungimea înălţimii din *A* a triunghiului *ABC* ştiind că *AB*=3, *AC*=4 şi *BC*=5.

SUBIECTUL al II-lea

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2&1\\-1&2\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}5&4\\3&1\end{pmatrix}, O_2=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}, I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ în $M_2(\mathbf{R})$.

a) Să se calculeze $A\cdot B$.

b) Să se rezolve ecuaţia matricială $A\cdot X=B$, unde $x\in M_2(\mathbf{R})$.

c) Să se arate că matricea *A* verifică egalitatea $A^2-4A+5I_2=O_2$, unde $A^2=A\cdot A$.

2. Pe mulţimea numerelor reale **R** se consideră legea de compoziţie definită astfel: $x*y=xy-x-y+2$.

a) Să se arate că $x*y=(x-1)(y-1)+1, \forall x,y\in\mathbf{R}$

b) Să se arate că legea "$*$" este asociativă

c) Să se calculeze $P=\frac{C_1^1}{2}*\frac{C_2^1}{2}*\frac{C_3^1}{2}*........*\frac{C_{2011}^1}{2}$.

SUBIECTUL al III-lea

1. Se consideră funcţia $f:(0,\infty)\to\mathbf{R}$, $f(x)=(x-2)\ln x$.

a) Să se calculeze $f'(x), x\in(0,\infty)$

b) Să se determine $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$

c) Să se determine intervalele de monotonie ale funcţiei *f*.

2. a) Să se calculeze $\int_1^2\frac{1}{x^2+2x}dx$.

b) Să se arate că $\int_0^1\frac{x}{x+1}dx\leq 1$

c) Se consideră funcţia $f:(0,\infty)\to R,\ f(x)=\frac{1}{x}$ şi numerele reale pozitive *a*, *b* şi *c*. Să se demonstreze că, dacă numerele $\int_1^a f(x)dx, \int_1^b f(x)dx, \int_1^c f(x)dx$ sunt termenii consecutivi ai unei progresii aritmetice, atunci numerele a,b,c sunt termenii consecutivi ai unei progresii geometrice.

VARIANTA NR. 2

SUBIECTUL I

1. Să se rezolve ecuaţia $\log_2(3x+2)=3$.

2. Câte numere de trei cifre distincte se pot forma cu elementele mulţimii $\{4,5,6\}$?

3. Se consideră ecuaţia $x^2-x+2=0$, cu soluţiile x_1, x_2 . Să se calculeze $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}$.

4. Se consideră punctele $A(1,2)$, $B(2,5)$. Să se determine ecuaţia dreptei AB.

5. Să se calculeze valoarea expresiei $E=\sin^2 130^0+\cos^2 50^0$.

SUBIECTUL al II-lea

1. Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}$

a) Să se calculeze A^2.

b) Să se calculeze suma $A+A^2+\ldots+A^{10}$.

c) Să se calculeze A^{-1}.

2. Pe mulţimea numerelor reale se consideră legea de compoziţie $x*y=xy+x+y$

a) Să se arate că $x*y=(x+1)(y+1)-1$.

b) Să se arate ca legea de compoziţie "*" este asociativă.

c) Să se calculeze valoarea expresiei $E=(-2011)*(-2010)*\ldots*2010*2011$.

SUBIECTUL al III-lea

1. Se consideră funcţia $f:\mathbf{R}\setminus\{2\}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\frac{e^x}{x-2}$

a) Să se calculeze $f'(x)$.

b) Să se calculeze $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x}$.

c) Să se arate că $f(x)\geq e^3,\ \forall x\in\mathbf{R}$.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\sqrt{1+x^2}$ şi $I_n=\int_0^1\frac{x^n}{f(x)}dx$

a) Să se calculeze I_0 .

b) Să se calculeze I_1.

c) Să se calculeze $\lim_{x\to\infty}\frac{\int_0^x f(t)dt}{x^2}$.