Probleme recapitulative clasa a X-a

1. Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}}=1$

2. Să se rezolve ecuaţia $\sqrt{x^2-4x+4}+\sqrt{x^2+4x+4}=2x$.

3. Se consideră funcţia $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=3x-1$ cu inversa $g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$. Să se calculeze $g(2018)$.

4. Să se determine inversa funcţiei bijective $f:[1,+\infty)\to[1,+\infty)$, $f(x)=\sqrt{x+\sqrt{x^2-1}}$.

5. Să se determine inversa funcţiei bijective $f:[1,+\infty)\to[0,+\infty)$, $f(x)=\sqrt{x-\sqrt{2x-1}}$.

6. Să se rezolve ecuaţia $9^x-4\cdot 3^x+3=0$.

7. Să se rezolve ecuaţia: $\left(3+2\sqrt{2}\right)^x+\left(3-2\sqrt{2}\right)^x=6$

8. Rezolvaţi ecuaţia $10^{2x+1}+10^{x+2}=240, x\in\mathbf{R}$.

9. Să se rezolve inecuaţia $4^x-5\cdot 2^{x+1}+16\le 0$.

10. Să se rezolve ecuaţia: $\left(3+2\sqrt{2}\right)^x+\left(3-2\sqrt{2}\right)^x=34$

11. Determinaţi $x\in\mathbf{R}$ astfel încât $(0,25)^{x+1}<\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{x}}<(\sqrt{2})^{x+3}$.

12. Să se rezolve ecuaţia $\log_2 x+\log_4 x=3$.

13. Să se rezolve în **R** ecuaţia: $\log_2^2 4x^2-\log_2 x=15$.

14. Să se calculeze $\left[\sqrt{2011}\right]+\log_3\sqrt[5]{9}-\left\{\frac{2012}{5}\right\}$.

15. Să se calculeze: $\left[\log_4 7\right]$.

16. Să se calculeze: $\left[\log_3\frac{1}{5}\right]$.

17. Calculaţi $\dfrac{\log_2 3+\log_2 3^2+\log_2 3^3+...+\log_2 3^{50}}{51}$

18. Rezolvaţi ecuaţia: $\log_{\frac{x}{3}}3+\log_{\frac{x}{9}}9+\log_{\frac{x}{27}}27=\dfrac{3}{\log_3\frac{x}{27}}$

19. Determinaţi domeniul maxim de definiţie al funcţiei $f(x)=\log_{\log_2 x}|\log_3 x|$.

20. Fie $f:[0,\infty)\to[1,\infty)$, $f(x)=2^{x^2}$. Să se arate că f este inversabilă şi să se afle inversa.

21. Câte numere de trei cifre mai mici decât 600, cu cifre din mulţimea $\{2,4,6,8\}$, există?

22. Să se detemine $a,b\in\mathbf{R}$, astfel încât $\left(-1+i\right)^{12}=a+bi$.

23. Să se rezolve în **C**: $z^2=|z|^2+\bar{z}$.

24. Să se detemine $a,b\in\mathbf{R}$, astfel încât $\left(1+i\right)^{21}=a+bi$.

25. Să se calculeze $z^4 + \frac{1}{z^4}$, dacă $z = 1 + i$.

26. Să se scrie partea reală a numărului $\frac{2011 + i}{1 - i}$.

27. Să se arate că numărul $(1-i)^{2011} + (1+i)^{2011}$ este număr real.

28. Să se calculeze $\left(1 - i\sqrt{3}\right)^{406}$.

29. Să se calculeze $S = \frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \frac{1}{i^4} + ... + \frac{1}{i^{20}}$.

30. Să se arate că punctele $A(-2,-7)$, $B(3,-5)$, $C(18,1)$ sunt coliniare.

31. Să se determine valoarea lui $m \in \mathbf{R}$ pentru care distanţa dintre punctele $A(2-m, 2)$ şi $B(-2, m-2)$ să fie $2\sqrt{2}$.

32. Să se rezolve ecuaţia: $tgx = 2\cos^2 x$.

33. Rezolvaţi ecuaţia $\sin(2x) - 4\cos(x) = 0,\ x \in [0; 2\pi]$.

34. Calculaţi valoarea expresiei $\mathrm{E} = \cos\left(\arcsin\frac{1}{4}\right) + \sin\left(\arccos\frac{3}{4}\right)$.

35. Care sunt extremele expresiei $E = 8 + 4\sin x \cdot \cos x$?

36. Să se rezolve ecuaţia $\sin x + 2\sin 3x + \sin 5x = 0$, $x \in [0, \pi]$.

37. Să se rezolve ecuaţia $4\sin x = \sin 2x + 2\sin^2 x$.

38. Să se determine $a \in \mathbf{R}$ astfel încât distanţa dintre dreptele de ecuaţie $2x - y + a = 0$ şi $6x - 3y + 10 = 0$ să fie egale cu 3 unităţi.

39. Să se demonstreze că triunghiul cu vârfurile $A(0,1)$, $B(3,0)$ şi $C(2,1)$ este obtuzunghic.

40. Determinaţi $k \in \mathbf{R}$ astfel încât unghiul dintre dreptele de ecuaţii $d_1 : 3x + 2y + 6 = 0$ şi $d_2 : kx + y + 2 = 0$, să fie $\frac{\pi}{4}$.

Prof. Gabriela Constantinescu