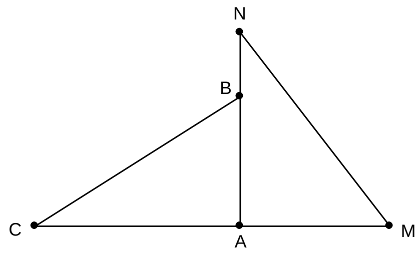
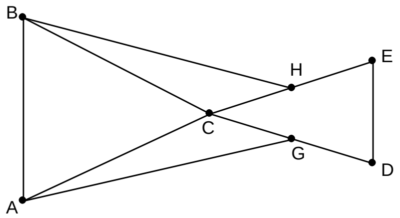
Probleme de congruenţă a triunghiurilor

1. Fie ΔABC isoscel, cu $[AB]\equiv[AC]$, $M\in[AC]$, $N\in[AB]$ astfel încât $[AM]\equiv[AN]$. Demonstrați că $\angle AMB\equiv\angle ANC$.

2. Fie ΔABC, $m(\angle A) = 90^0$, AC = 4 cm, AB = 3 cm. Considerăm punctele $M\in AC$ (A între C și M) și $N\in AB$ (B între A și N) astfel încât AM = 3 cm și BN = 1 cm. Demonstrați că:
a) $[BC]\equiv[MN]$; b) $\angle MNA\equiv\angle ACB$; c) $\angle AMN\equiv\angle ABC$.

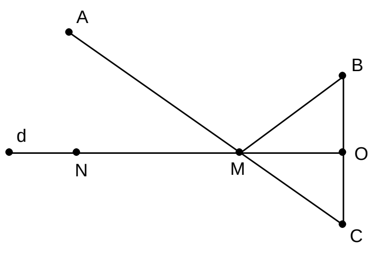


3. În figura de mai jos $[AC]\equiv[BC]$, $[DC]\equiv[EC]$, G este mijlocul segmentului [DC], H mijlocul segmentului [CE] și $m(\angle ACE) = m(\angle BCD)$. Arătați că $[AG]\equiv[BH]$.



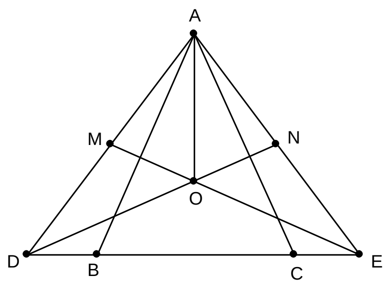
4. Fie O un punct pe segmentul [AB], iar C și D de o parte și de alta a dreptei AB, astfel încât $\Delta OBC\equiv\Delta OBD$. Arătați că $[AC]\equiv[AD]$ și că [AB este bisectoarea unghiului CAD.

5. În figura alăturată avem: A,M,C și N,M,O puncte coliniare, $BC\perp d$ și O este mijlocul segmentului [BC]. Arătați că: a) $\angle AMN\equiv\angle BMO$; b) AM + MB = AC.



6. Fie punctul B în interiorul unghiului propriu AOC, astfel încât punctele A,B,C să fie necoliniare. Pe semidreptele opuse lui (OA, (OB, (OC se iau respectiv punctele A', B', C' astfel încât $[OA]\equiv[OA']$, $[OB]\equiv[OB']$, $[OC]\equiv[OC']$. Arătați că $\Delta ABC\equiv\Delta A'B'C'$.

7. În figura de mai jos se știe că: $[AB] \equiv [AC]$, $\angle ABC \equiv \angle ACB$, $[BD] \equiv [CE]$, M este mijlocul lui $[AD]$ și N mijlocul lui $[AE]$. Demonstrați că:
a) $[AD] \equiv [AE]$;
b) $[DN] \equiv [EM]$;
c) $\Delta AME \equiv \Delta AND$;
d) $\Delta MOD \equiv \Delta NOE$;
e) ΔDOE este isoscel;
f) $\Delta AOM \equiv \Delta AON$;
g) $\Delta AOD \equiv \Delta AOE$.



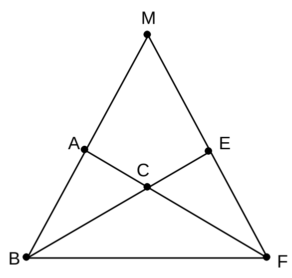
8. Fie punctele colinire A,B,C,D (în această ordine) iar M și N situate în semiplane opuse determinate de AB astfel încât $\Delta ABM \equiv \Delta ABN$. Arătați că $\Delta CDM \equiv \Delta CDN$.

9. Fie XOY și YOZ două unghiuri adiacente congruente. Dacă $A \in [OX$, $B \in [OZ$ și $M \in [OY$ astfel încât punctele A,M,B sunt necoliniare și $[OA] \equiv [OB]$, arătați că ΔMAB este isoscel.

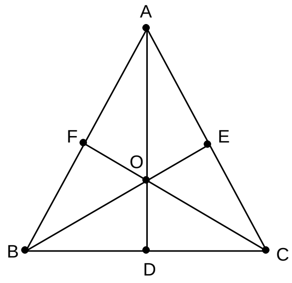
10. Pe laturile unghiului XOY construim segmentele $[OA] \equiv [OB]$ și $[OC] \equiv [OD]$. Fie $\{M\} = AD \cap CB$. Să se arate că [OM este bisectoarea unghiului XOY.

11. Fie segmentul [AB] și punctele C și D în același semiplan față de dreapta AB, astfel încât $[AD] \equiv [BC]$, $m(\angle DAB) = m(\angle CBA) < 90^0$ și $(AC) \cap (DB) = \{O\}$. Demonstrați că:
a) $[AC] \equiv [BD]$;
b) ΔDOC este isoscel.

12. Fie ΔABC, cu BC = 10 cm și AC = 5 cm, iar E și F astfel încât $(BE \cap (AF = \{C\}$ și $BE = \frac{3}{2} BC$ iar CF = 2AC.
a) Arătați că $[AB] \equiv [EF]$;
b) Dacă $AB \cap EF = \{M\}$, arătați că $[MB] \equiv [MF]$.



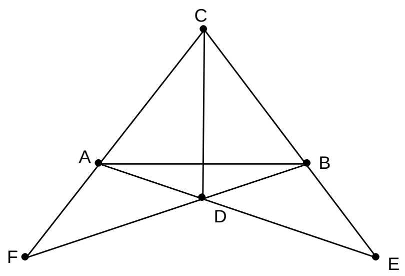
13. Se consideră ΔABC. Fie $D \in (BC)$, $E \in (CA)$, $F \in (AB)$, astfel încât $AD \cap BE \cap CF = \{O\}$, $[OB] \equiv [OC]$ și $\angle AOB \equiv \angle AOC$. Demonstrați că: a) $[AE] \equiv [AF]$; b) $m(\angle ADB) = 90^0$.



14. Se consideră segmentul [AB] și punctele M și N situate în semiplane opuse față de dreapta AB, astfel încât $[MA] \equiv [MB]$ și $[NA] \equiv [NB]$. Fie $MN \cap AB = \{O\}$. Arătați că: a) [MO este bisectoarea $\angle AMB$; b) O este mijlocul segmentului [AB]; c) MN și AB sunt perpendiculare.

15. În exteriorul triunghiului ascuțitunghic MNP se construiesc triunghiurile echilaterale MNQ și MNR. Arătați că $[RN] \equiv [PQ]$.

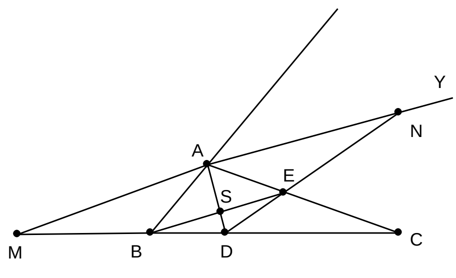
16. Punctele C și D aparțin mediatoarei segmentului (AB), de o parte și de alta a acestuia, astfel încât $AD \cap BC = \{E\}$ și $AC \cap BD = \{F\}$. Demonstrați că: a) $[AE] \equiv [BF]$;
b) $\angle CAE \equiv \angle CBF$.



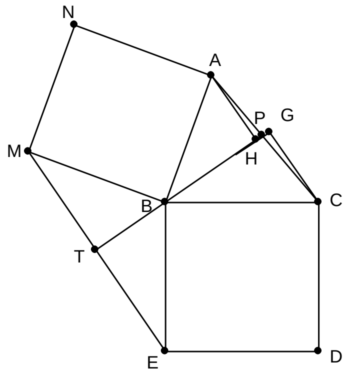
17. Pe o dreaptă d se consideră punctele A,B,C,D în această ordine, astfel încât AB=BC=CD. Fie punctul $E \notin d$ astfel încât $\angle EAD \equiv \angle EDA$. Fie P și F mijloacele segmentelor [AE], respectiv [ED]. Să se arate că: a) $[AF] \equiv [DP]$; b) $\Delta APB \equiv \Delta DFC$; c) $\angle BPE \equiv \angle CFE$; d) $\Delta PBE \equiv \Delta FCE$.

18. Fie ΔABC isoscel, $AB \equiv AC$ și D mijlocul laturii AB. Perpendiculara în D pe AB intersectează dreapta BC în E. Să se arate că:a)ΔEAB este isoscel;
b)$\angle AEB \equiv \angle BAC$.

19. Fie ΔABC cu AB<AC. Fie AY bisectoarea unghiului format de latura [AC] și semidreapta [AB. Notăm cu M punctul de intersecție al dreptei AY cu BC, iar cu N un punct pe [AY astfel încât $[AM] \equiv [AN]$. Bisectoarea unghiului $\angle BAC$ intersectează latura [BC] în D, iar [DN] intersectează pe [AC] în E. Demonstrați că: a) ΔMDN este isoscel; b) $\Delta AMB \equiv \Delta ANE$; c) $AD \perp BE$.



20. Fie pătratele ABMN și BCDE în exteriorul triunghiului ABC oarecare și $P \in (AC)$ astfel încât $PB \perp ME$. Precizați poziția punctului P.



21. Fie triunghiurile ABC și A'B'C', M mijlocul lui [BC], M' mijlocul lui [B'C']. Dacă [AB] $\equiv$[A'B'], [AM] $\equiv$A'M'], $\angle$ BAM$\equiv$ $\angle$ B'A'M', arătați că ΔABC și ΔA'B'C' sunt congruente.

22. Fie ABC un triunghi isoscel, [AB] $\equiv$[AC], D, $E \in (BC)$, [BD] $\equiv$[CE], $B \in (CD)$, $C \in (BE)$ și $M \in (AB)$, $N \in (AC)$ astfel încât [AM] $\equiv$[AN]. Dacă $DM \cap EN = \{P\}$, arătați că: a) [DM] $\equiv$[EN]; b) ΔPDE este isoscel; c) $AP \perp BC$.